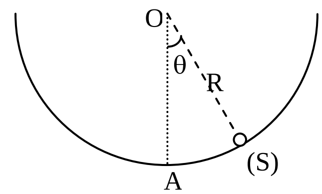
Concours d'entrée 2012 – 2013 **PHYSIQUE** **Durée: 1H**
8 JUILLET 2012

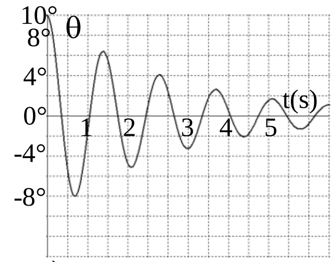
Exercice I : [12 pts] Étude du mouvement d'une particule

On dispose d'une glissière circulaire (C) creuse de rayon R = 50 cm située dans un plan vertical. Une particule (S), de masse m = 20 g, peut glisser sur la surface intérieure de (C). Initialement, (S) est en A, sa position d'équilibre stable. On écarte (S) de A, dans le sens positif, de l'angle $\theta_0 = 10^o$, puis on la lâche sans vitesse à la date $t_0 = 0$. À une date t, son élongation angulaire est θ et sa vitesse angulaire est $\dot{\theta}$. Le plan horizontal passant par A est le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.



Prendre $g = 10\ m/s^2$; $\sin\theta \approx \theta$ (rad).

1. On néglige les forces de frottement.
   a) Déterminer, à la date t, l'énergie mécanique du système ((S), Terre).
   b) Établir l'équation différentielle du second ordre en θ qui décrit les oscillations de (S).
   c) En déduire la valeur de la période propre de ces oscillations.
   d) Déterminer l'équation horaire du mouvement.



2. En réalité, en reprenant les mêmes conditions initiales, (S) subit, à une date t, l'action d'une force de frottement $\vec{f} = -\lambda\vec{V}$, où λ est une constante positive.
   a) Déterminer la puissance de la force de frottement à l'instant t. En déduire que l'équation différentielle qui régit le mouvement de (S) s'écrit : $\ddot{\theta} + \frac{\lambda}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{R}\theta = 0$.
   b) La solution de cette équation différentielle est de la forme: $\theta(t) = A\exp(-\lambda t/(2m))\cos(\omega t-\varphi)$.
   On pose : $\delta = \theta(t+T)/\theta(t)$ où T désigne la pseudo-période. Déterminer l'expression de δ et en déduire la valeur de λ.

Exercice II : [15 pts] Pourquoi le ciel est-il bleu ?

En 1904, Sir J.J Thomson propose un modèle pour l'atome d'hydrogène, dans lequel l'électron de masse m, situé en M, est élastiquement lié à son noyau fixe situé en O. L'atome est ainsi ramené à un pendule élastique (m, k), l'électron de masse m subissant l'action de la force $\vec{F_e} = -k\overrightarrow{OM}$ où $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$ et O étant sa position d'équilibre stable. L'électron est astreint à se déplacer le long de $\vec{i}$. On donne : $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg ; k = 100 N/m et on néglige le poids de l'électron.

1- a)En négligeant les frottements, établir l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur.
   b) En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 et celle de la période propre T_0 de cet oscillateur.
   c) Calculer les valeurs de ω_0 et T_0.

2. Une onde lumineuse, provenant du Soleil, est caractérisée par un champ électrique $\vec{E} = E_0\cos(\omega t+\varphi)\vec{i}$, ω appartenant à l'intervalle $\omega_{rouge} \le \omega \le \omega_{bleu}$ où ces deux radiations extrêmes ont dans le vide les longueurs d'onde suivantes : $\lambda_{rouge} = 0{,}800\ \mu m$ et $\lambda_{bleu} = 0{,}400\ \mu m$. On cherche à étudier l'action de cette onde sur l'électron d'un atome de l'atmosphère, représenté par le modèle de Thomson. L'électron subit, à la date t, la force électrique $\vec{F'} = -e\vec{E} = -e\,E_0\cos(\omega t+\varphi)\,\vec{i}$; et, en plus, l'action d'une force de frottement de la forme $\vec{F} = -h\,v\,\vec{i}$ où $v = \frac{dx}{dt}$.

On donne : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C; $h = 10^{-20}$ kg/s.
   a) Montrer que l'équation différentielle en x est de la forme : $\ddot{x} + B\dot{x} + \omega_0^2\,x = -D\cos(\omega t+\varphi)$.
   b) Déterminer les expressions des constantes positives B et D et calculer la valeur de B.
   c) Calculer la valeur de ω_{rouge} et celle de ω_{bleu}.

3. La solution de cette équation différentielle, en régime permanent, est de la forme x = A cos(ωt). En donnant à ωt deux valeurs particulières, déterminer l'expression de A en fonction de ω.

5. En donnant à ω les valeurs limites considérées, montrer que l'expression de A peut être réduite à : $A \approx \frac{e.E_0}{m(\omega^2_0-\omega^2)}$

6. Sachant que l'électron émet, dans toutes les directions, un rayonnement électromagnétique dont la puissance moyenne est proportionnelle au carré de l'amplitude de son accélération,

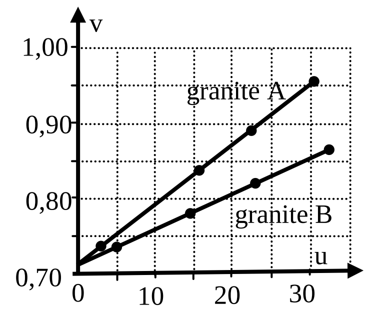
   a) Donner l'expression de la puissance moyenne P_{moy} en fonction de e, m, E_0, ω et ω_0.
   b) En comparant les deux puissances moyennes P_{rouge} et P_{bleu}, expliquer alors pourquoi le ciel est bleu.

Exercice III : [15 pts] Datation par le couple Rubidium-Strontium

Certaines roches granitiques, lors de leur cristallisation, ont emprisonné une quantité de rubidium ${}^{87}_{37}Rb$, un isotope radioactif de rubidium, de constante radioactive $\lambda = 1{,}42\times10^{-11}$ an^{-1}, et une autre quantité de strontium formée des isotopes stables (${}^{87}_{38}Sr$) et (${}^{86}_{38}Sr$). Un noyau ${}^{87}_{37}Rb$ se désintègre en un noyau ${}^{87}_{38}Sr$.

1. Donner, en le justifiant, le type de la désintégration d'un noyau ${}^{87}_{37}Rb$.
2. Calculer la demi-vie radioactive $t_{½}$ = T de l'échantillon de rubidium 87.
3. N(${}^{87}_{37}Rb$) et N_0(${}^{87}_{37}Rb$) sont respectivement le nombre d'atomes de rubidium présents à l'instant actuel t et celui des atomes qui étaient présents à l'instant $t_0 = 0$, instant de formation de la roche. Montrer que le nombre N*(${}^{87}_{38}Sr$) d'atomes de strontium formés dès l'instant t_0 jusqu'à l'instant t a pour expression : N*(${}^{87}_{38}Sr$) = N(${}^{87}_{37}Rb$) ($e^{\lambda t}$ - 1).
4. N_0(${}^{87}_{38}Sr$) est le nombre initial de noyaux de strontium 87 présents dans l'échantillon. Donner l'expression N(${}^{87}_{38}Sr$) du nombre total de ces noyaux présents dans l'échantillon à l'instant actuel t en fonction de N(${}^{87}_{37}Rb$), N_0(${}^{87}_{38}Sr$), λ et t.

5. En mesurant expérimentalement les rapports $u = \dfrac{N({}^{87}_{37}Rb)}{N({}^{86}_{38}Sr)}$ et $v = \dfrac{N({}^{87}_{38}Sr)}{N({}^{86}_{38}Sr)}$ dans les minéraux de deux roches granitiques différentes (granite A, granite B), on obtient les deux graphiques suivants.



a) Pourquoi a-t-on utilisé l'isotope ${}^{86}_{38}Sr$ comme référence ?

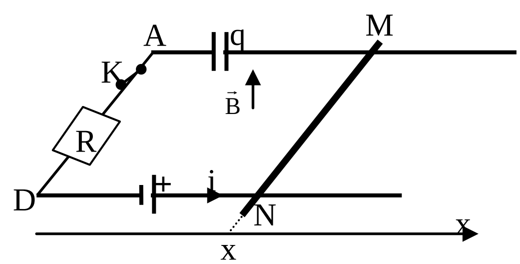
b) Montrer que l'on peut écrire : v = a u + b, en posant : a = ($e^{\lambda t}$ – 1)

c) i) Déterminer la valeur de **a** pour chacune des deux roches granitiques.

ii) En déduire l'âge approximatif de chacune des deux roches.

d) Pourquoi n'a-t-on pas utilisé le carbone 14 de demi-vie 5730 ans pour dater cette roche ?

Exercice IV : [18 pts] Charge d'un condensateur et mouvement d'une tige



Le circuit de la figure ci-contre est formé de deux rails de Laplace reliés à un générateur idéal de f.é.m. E = 6 V, un condensateur (C) de capacité C = 0,1 F et un conducteur ohmique de résistance R = 5 Ω. Les rails, horizontaux et distants de ℓ = 10 cm, baignent dans un champ magnétique vertical ascendant et d'intensité B = 1,0 T. Une tige métallique MN, de masse m = 0,10 kg, peut se déplacer sans frottement sur les rails tout en restant perpendiculaire à ces rails. Les deux rails et la tige sont de résistances négligeables.

À la date $t_0 = 0$, (C) étant déchargé, on ferme K. À une date t, le circuit est parcouru par un courant d'intensité i, (C) porte la charge q et présente à ses bornes une tension $u_{MA} = u_C$. MN, repérée par son abscisse x et subissant l'action de la force de Laplace $\vec{F}$, possède une vitesse $\vec{V}$ de mesure algébrique $V = \dfrac{dx}{dt}$. Le circuit est ainsi orienté dans le sens de i.

1-a) Donner le sens de $\vec{F}$ et son module F en fonction de l'intensité i.

b) Montrer que l'expression de la tension aux bornes M et N de la tige s'écrit $\mathbf{u}_{NM} = + B\ell V$.

2-a) Par application de la deuxième loi de Newton, montrer que V = k u_C, et déterminer la constante positive k.

b) Établir, par application de la loi d'additivité des tensions, l'équation différentielle:

$$E = RC\,\frac{du_C}{dt} + \left(\frac{B^2\ell^2C + m}{m}\right)u_C$$

3-a) La solution de cette équation est de la forme $u_C = a - b\cdot e^{-t/\tau}$ .Déterminer les valeurs des constantes a, b et τ.

b) En déduire les expressions, en fonction du temps t, de V et i.

c) Déterminer x en fonction du temps t sachant que, à la date $t_0 = 0$, $x_0 = 0$.

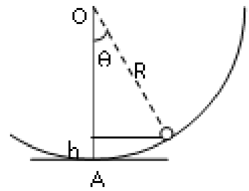
d) i) Déterminer la date t_1 à laquelle le régime permanent est pratiquement atteint.

ii) Déterminer la charge Q de (C), l'abscisse x_1 de MN et la nature du mouvement de la tige à partir de t_1.

Concours d'entrée 2012 – 2013 **Solution de PHYSIQUE** **Durée: 1H**
8 JUILLET 2012

Premier exercice:

1) a) $E_m(t) = \frac{1}{2} I\theta'^2 + mgh = \frac{1}{2} mR^2\theta'^2 + mgR(1 - \cos\theta)$ 1 ½



b) les forces de frottement sont negligables $\Rightarrow E_m(t) = \text{constante}$

$\Rightarrow \frac{dM.E}{dt} = 0$

$\Rightarrow mR^2\theta'\theta'' + mgR(\theta'\sin\theta) = 0$; $\theta' \neq 0 \quad \Rightarrow R\theta'' + g\sin\theta = 0$

Pour θ faible, $\sin\theta \approx \theta$ (en rad) $\Rightarrow \theta'' + \frac{g}{R}\theta = 0$ 2

c) L'équation différentielle est de la forme: $\theta'' + \omega_0^2\theta = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{g}{R}$

$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,5}{10}} = 1,41$ s 1

d) L'équation horaire du movement: $\theta = \theta_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

et $\theta' = -\ \omega_0\theta_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$

Pour $t = 0$: $\theta = -\theta_m\cos(\varphi) = \theta_0$;

et $\theta' = -\ \omega_0\theta_m\sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou π(rad) 1 ½

Pour $\varphi = \pi \Rightarrow \theta_m = -\ \theta_0$;

Et pour $\varphi = 0 \Rightarrow \theta_m = \theta_0 \Rightarrow \varphi = \pi$ est rejetée $\Rightarrow \theta = \theta_0\cos(\omega_0 t)$

2) a) $P = \vec{f}\cdot\vec{v} = -\lambda\,\vec{v}^2 = -\lambda v^2 = -\lambda R^2\theta'^2$ 1

L'équation différentielle décrivant le mouvement de (S) est donnée par:

$$\frac{dE_m}{dt} = P \Rightarrow mR^2\theta'\theta'' + mgR(\theta'\sin\theta) = -\lambda\,R^2\theta'^2$$

1 ½

$$\Rightarrow mR^2\theta'\theta'' + \lambda R^2\theta'^2 + mgR(\theta'\sin\theta) = 0.$$

$$\Rightarrow R\theta'\theta'' + \frac{\lambda}{m}R\theta' + g(\theta'\theta) = 0 \Rightarrow \theta'' + \frac{\lambda}{m}\theta' + \frac{g}{R}\theta = 0$$

b) le coefficient $\delta = \dfrac{\theta(t+T)}{\theta(t)} \Rightarrow \delta = \dfrac{A\,e^{\frac{-\lambda(t+T)}{2m}}\cos[\omega(t+T)-\varphi]}{A\,e^{\frac{-\lambda t}{2m}}\cos[\omega t-\varphi]}$

$$\Rightarrow \delta = \frac{e^{\frac{-\lambda(t+T)}{2m}}}{e^{\frac{-\lambda t}{2m}}} = e^{\frac{-\lambda T}{2m}}\ ;\ \delta = \text{constant}\ \forall\ t.$$ 1 ½

$$\Rightarrow \delta = \frac{6{,}3}{10} = 0{,}63$$ 1

$$\Rightarrow \ell n(\delta) = -0{,}462 = -\frac{\lambda T}{2m}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{0{,}462\times 2m}{T} = 0{,}013\ \text{kg/s}$$ 1

Deuxième exercice:

1) a) pas frottement, conservation de l'énergie mécanique:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{constante}$$

Dérivons les deux membres par rapport au temps: $mx'x'' + kx'x = 0$; $x' \neq 0$. 1 ½

$$\Rightarrow x'' + \frac{k}{m}x = 0, \text{ est l'équation}$$

b) La forme générale de l'équation différentielle est: $x'' + \omega_0^2 x = 0$,

Avec ω_0 la pulsation propre: ½

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ½ et la période propre T_0 : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. ½

c) la valeur de ω_0 : $\omega_0 = \sqrt{\frac{100}{9{,}1\times10^{-31}}} = 1{,}048\times10^{16}$ rad/s ½

et $T_0 = 5{,}994\times10^{-16}$ s. ½

2) **a)** Selon la deuxième loi de Newton: $\sum\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\,x''\,\vec{i}$ 1

$m\,x''\,\vec{i} = -h\,x'\,\vec{i} - kx\,\vec{i} + \vec{F}' = -hx'\,\vec{i} - kx\,\vec{i} - e\,E_0\cos(\omega t+\varphi)\,\vec{i}$

$x'' + \frac{h}{m}x' + \frac{k}{m}x = -\frac{eE_0}{m}\cos(\omega t+\varphi)$; 1

$x'' + B\,x' + \omega_0^2\,x = -D\cos(\omega t+\varphi)$ avec: $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$.

b) $B = \frac{h}{m}$ ½ et $D = \frac{eE_0}{m}$ ½ . $B = \frac{10^{-20}}{9{,}1\times10^{-31}} = 1{,}10\cdot10^{10}\ s^{-1}$. ½

c) $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \Rightarrow \omega_{rouge} = \frac{2\pi\times3\times10^8}{0{,}8\times10^{-6}} = 2{,}36\times10^{15}$ rad/s 1

et $\omega_{bleu} = \frac{2\pi\times3\times10^8}{0{,}4\times10^{-6}} = 4{,}71\times10^{15}$ rad/s ½

3) $x' = -A\omega\sin(\omega t)$ et $x'' = -A\omega^2\cos(\omega t)$. En remplaçant chaque grandeur par son expression dans l'équation différentielle équation, on obtient:

$$-A\omega^2\cos(\omega t) - B\,A\omega\sin(\omega t) + \omega_0^2\,A\cos(\omega t) = -\frac{eE_0}{m}\cos(\omega t+\varphi)$$

$$-A\omega^2\cos(\omega t) - B\,A\omega\sin(\omega t) + \omega_0^2\,A\cos(\omega t) = -D\cos(\omega t+\varphi) \quad 1$$

Pour $\omega t = 0 \Rightarrow -A\omega^2 + \omega_0^2 A = -D\cos(\varphi)$ ½

Pour $\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow -BA\omega = -D\cos\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right) = D\sin(\varphi)$ ½

$$D^2\cos^2(\varphi) + D^2\sin^2(\varphi) = D^2 = A^2[(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + B^2\omega^2]^2$$

$$A = \frac{D}{\sqrt{B^2\omega^2 + (\omega^2 - \omega_0^2)^2}} \quad 1$$

4) Pour les deux radiations extrêmes $\omega < \omega_0$, aussi $B^2\omega^2 << (\omega_0^2 - \omega^2)$

$$\Rightarrow A \approx \frac{D}{(\omega_0^2 - \omega^2)}; \quad \text{Ainsi } A \approx \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad 1$$

5) a) L'amplitude de l'accélération est :

$$(A_{acc})^2 = [\omega^2 A]^2 \approx \left(\frac{\omega^2 eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\right)^2. \quad ½$$

Ainsi la puissance moyenne $P_{moy} \approx cte \times \left(\frac{\omega^2 eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}\right)^2$ ½

b) Ainsi: $P_{bleu} \approx cte \times \left(\frac{\omega_{blue}^2 eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega_{blue}^2)}\right)^2$ ½

$$P_{rouge} \approx cte \times \left(\frac{\omega_{red}^2 eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega_{red}^2)}\right)^2$$

½

$$\Rightarrow \frac{P_{blue}}{P_{red}} \cong \left[\frac{\omega_{blue}^2(\omega_0^2 - \omega_{red}^2)}{\omega_{red}^2(\omega_0^2 - \omega_{blue}^2)}\right]^2 = 22.7 \Rightarrow \text{le ciel est bleu.}$$

Troisième exercice:

1) $^{87}_{37}Rb \longrightarrow ^{87}_{38}Sr + ^{a}_{z}p \Rightarrow a = 0; z = -1 \Rightarrow ^{a}_{z}p = ^{0}_{-1}e$, l'émission est β^-. 1

2) $T = \dfrac{\ell n2}{\lambda} = \dfrac{0{,}693}{1{,}42\times10^{-11}} = 4{,}88\times10^{10}$ années 1

3) On sait que $N(^{87}_{37}Rb) = N_0(^{87}_{37}Rb)e^{-\lambda t}$ ½ $\Rightarrow N_0(^{87}_{37}Rb) = N(^{87}_{37}Rb)e^{\lambda t}$ ½

Nombre de Rb désintégré = nombre de Sr formé ½

$\Rightarrow N^*(^{87}_{38}Sr) = N_0(^{87}_{37}Rb) - N(^{87}_{37}Rb)$ 1

$= N(^{87}_{37}Rb)e^{\lambda t} - N(^{87}_{37}Rb)$

$\Rightarrow N^*(^{87}_{38}Sr) = N(^{87}_{37}Rb)(e^{\lambda t} - 1)$

4) $N(^{87}_{38}Sr) = N^*(^{87}_{38}Sr) + N_0(^{87}_{38}Sr)$

$= N(^{87}_{37}Rb)(e^{\lambda t} - 1) + N_0(^{87}_{38}Sr)$ 1

5) a) Puisque l'isotope $^{86}_{38}Sr$ est stable et son nombre ne change pas au cours du temps. 1

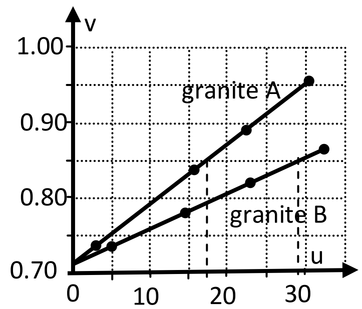
b) $\dfrac{N(^{87}_{38}Sr)}{N(^{86}_{38}Sr)} = \dfrac{N(^{87}_{37}Rb)(e^{\lambda t}-1)}{N(^{86}_{38}Sr)} + \dfrac{N_0(^{87}_{38}Sr)}{N(^{86}_{38}Sr)}$ 1 ½

Ainsi $v = au + b \Rightarrow a = (e^{\lambda t} - 1)$ et $b = \dfrac{N_0(^{87}_{38}Sr)}{N(^{86}_{38}Sr)}$

c) i) Pour le granite A : $a_A = \dfrac{(0{,}85 - 0{,}715)}{(17-0)} = 7{,}94\times10^{-3}$. 1

1

Pour le granite B: $a_B = \dfrac{(0{,}85 - 0{,}715)}{(29-0)} = 4{,}65\times10^{-3}$ 1



1-

ii) pour A : $e^{\lambda tA} - 1 = \ell n\,(7{,}94\times10^{-3}) \Rightarrow e^{\lambda tA} = 1 + 7{,}94\times10^{-3}$ 1

$\Rightarrow e^{\lambda tA} = 1{,}00794 \Rightarrow t_A = 5{,}57\times10^{8}$ années 1

pour B : $e^{\lambda tB} - 1 = \ell n\,(4{,}65\times10^{-3}) \Rightarrow e^{\lambda tB} = 1 + 4{,}65\times10^{-3}$ 1

$\Rightarrow e^{\lambda tB} = 1{,}00465 \Rightarrow t_B = 3{,}27\times10^{8}$ années

d) Le carbone 14 (comme tout autre isotope) sert à dater les échantillons dont l'âge ne dépasse pas 10 T. D'où pour le carbone 14 au maximum 57000 ans. 1

Quatrième exercice:

1) a) La force $\vec{F}$ est horizontale, se dirige vers la droite (Règle des trois doigts de la main droite) et de module $F = iB\ell$. 1

b) Le flux magnétique à travers le circuit est :

$\varphi = \vec{B}\cdot\vec{S} = \vec{B}\cdot\vec{n}S = B\ell x$; 1

La f.é.m. induit e : $e = -\dfrac{d\varphi}{dt} = -B\ell\dfrac{dx}{dt} = -B\ell V$ 1

La tension aux bornes M et N de la tige s'écrit alors :

$\mathbf{u}_{NM} = - e = B\ell V$. car i sort du point M ; donc le pôle positif du générateur équivalent est relié à M. ½

2) a) Par application de la deuxième loi de Newton : 1

$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{R}_N = \dfrac{d\vec{P}}{dt} = m\dfrac{d\vec{V}}{dt}$;

après projection suivant le sens du mouvement,

on trouve: $F = iB\ell = m\dfrac{dV}{dt}$; 1

$i = C\dfrac{du_C}{dt} \Rightarrow m\dfrac{dV}{dt} = B\ell C\dfrac{du_C}{dt} \Rightarrow mV = B\ell C\, u_C + cte$ 1

À t = 0, V = 0 et $u_C = 0 \Rightarrow cte = 0$, ainsi: $V = \dfrac{B\ell C}{m}u_C$. 1

b) Par application de la loi d'additivité des tensions, on obtient :

$u_{ND} = u_{NM} + u_{MA} + u_{AD} \Rightarrow E = Ri + B\ell V + u_C$; 1

$\Rightarrow E = RC\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{B^2\ell^2C}{m}u_C + u_C$

$\Rightarrow E = RC\dfrac{du_c}{dt} + (\dfrac{B^2\ell^2C+m}{m})u_c$ 1

3) a) À $t_0 = 0$, $u_C = 0 \Rightarrow a = b$ et $u_c = a - a\, e^{\frac{-t}{\tau}}$; $\frac{du_C}{dt} = \frac{a}{\tau}\, e^{\frac{-t}{\tau}}$ ½

$$\Rightarrow E = RC\frac{a}{\tau}\, e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{B^2\ell^2C+m}{m}\,a - \frac{B^2\ell^2C+m}{m}\,a\,e^{\frac{-t}{\tau}}$$ ½

$$\Rightarrow a = \frac{mE}{B^2\ell^2C+m} = \frac{0{,}10\times 6}{1^2\times(0{,}10)^2\times 0{,}1+0{,}10} = 5{,}94\ \text{V}$$ ½

$$\text{et}\ \ \tau = \frac{mRC}{B^2\ell^2C+m} = 0{,}495\ \text{s}$$ ½

Ainsi: $u_C = 5{,}94[1- e^{-2{,}02t}]$

b) $V = \frac{B\ell C}{m}u_C \Rightarrow V = 0{,}1\times 5{,}94[1- e^{-2{,}02t}]$

$V = 0{,}594[1- e^{-2{,}02t}]$ (en m/s) 1

$i = C\frac{du_C}{dt} = 0{,}1\times 5{,}94\times 2{,}02\ e^{-2{,}02t} = 1{,}2\ e^{-2{,}02t}$ (en A) 1

c) $V = \frac{dx}{dt} = 0{,}594[1 - e^{-2{,}02t}] \Rightarrow x = 0{,}594\ t + \left(\frac{0{,}594}{2{,}02}\right) e^{-2{,}02t} + \text{cte}$ 1

At $t_0 = 0$; $0 = 0 + 0{,}297 + \text{cte}$

$\Rightarrow \text{cte} = -0{,}297$ m $\Rightarrow x = 0{,}594\ t + 0{,}297[e^{-2{,}02t} - 1]$. ½

1

d) i) Le régime permanent est atteint pour : $t_1 = 5\tau = 5\times 0{,}495 = 2{,}475$ s

ii) La charge Q du condensateur: $Q = Cu_C = 0.1\times 5.94 = 0.594$ C 1

L'abscisse x_1 de la tige:

$x_1 = 0{,}594\times 2{,}475 + 0{,}297[e^{-5} - 1] = 1{,}47 - 0{,}297 = 1{,}17$ m. ½

À partir de la date t_1 le mouvement est rectiligne uniforme, car V devient constante.

½